

Kąty w zegarze

Kąty w zegarze to najczęściej dwa typy zadań matematycznych:

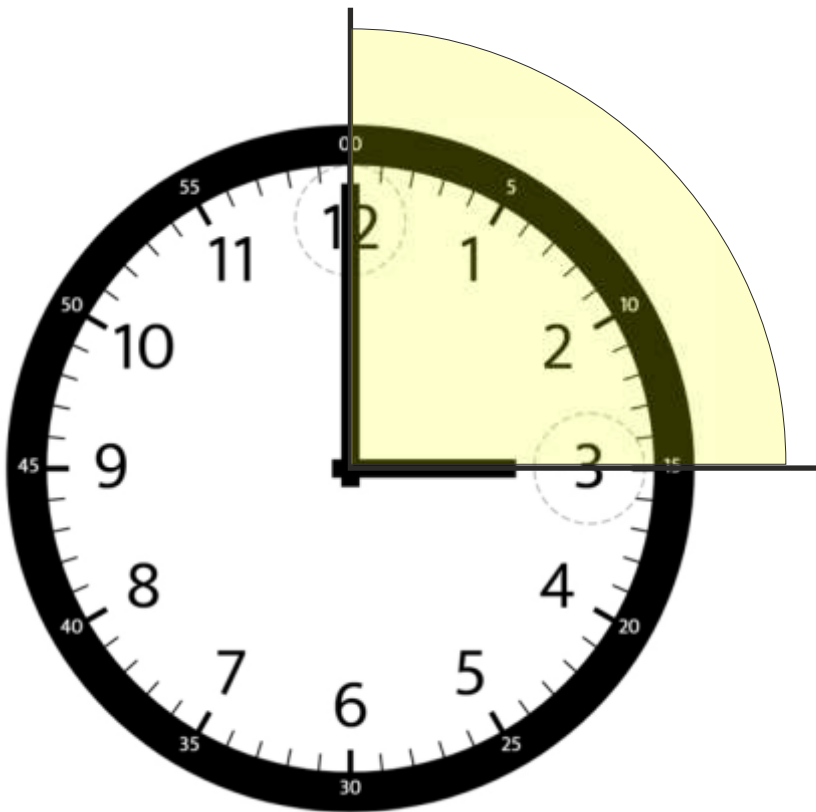
- 1) O ile stopni obróciła się duża/mala wskazówka od godziny ... do godziny ...?*
- 2) Ile stopni ma kąt ostry pomiędzy wskazówkami zegara o godzinie ... ?*

Oba typy zadań bazują na podstawowej informacji: *o ile stopni obróciła się duża/mala wskazówka w ciągu minuty/godziny?*

Link do zegara *online* (przyda się):

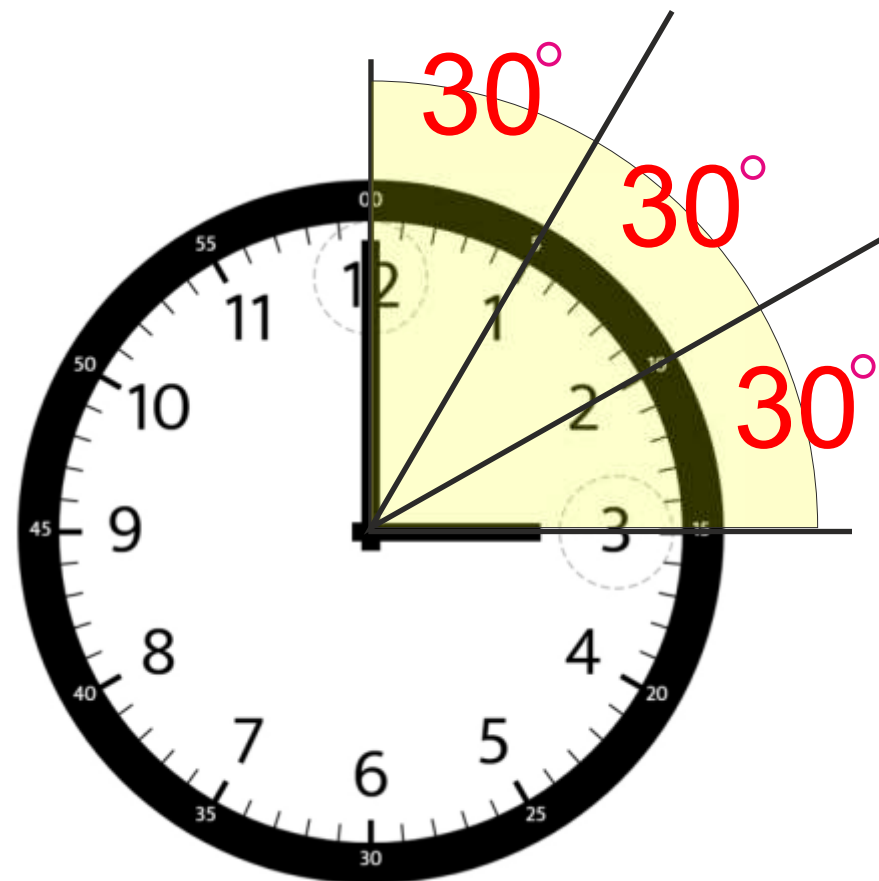
[Zegar wskazówkowy \(online\) \(kliknij\)](#)

Zobacz podane niżej rysunki.
O godzinie 3:00 wskazówki tworzą kąt prosty (90 stopni).



Podzielimy kąt prosty na 3 równe kąty -
- widać, że są to na zegarze kolejne
5 minut albo kolejne godziny
(zależy, która wskazówka nas interesuje).

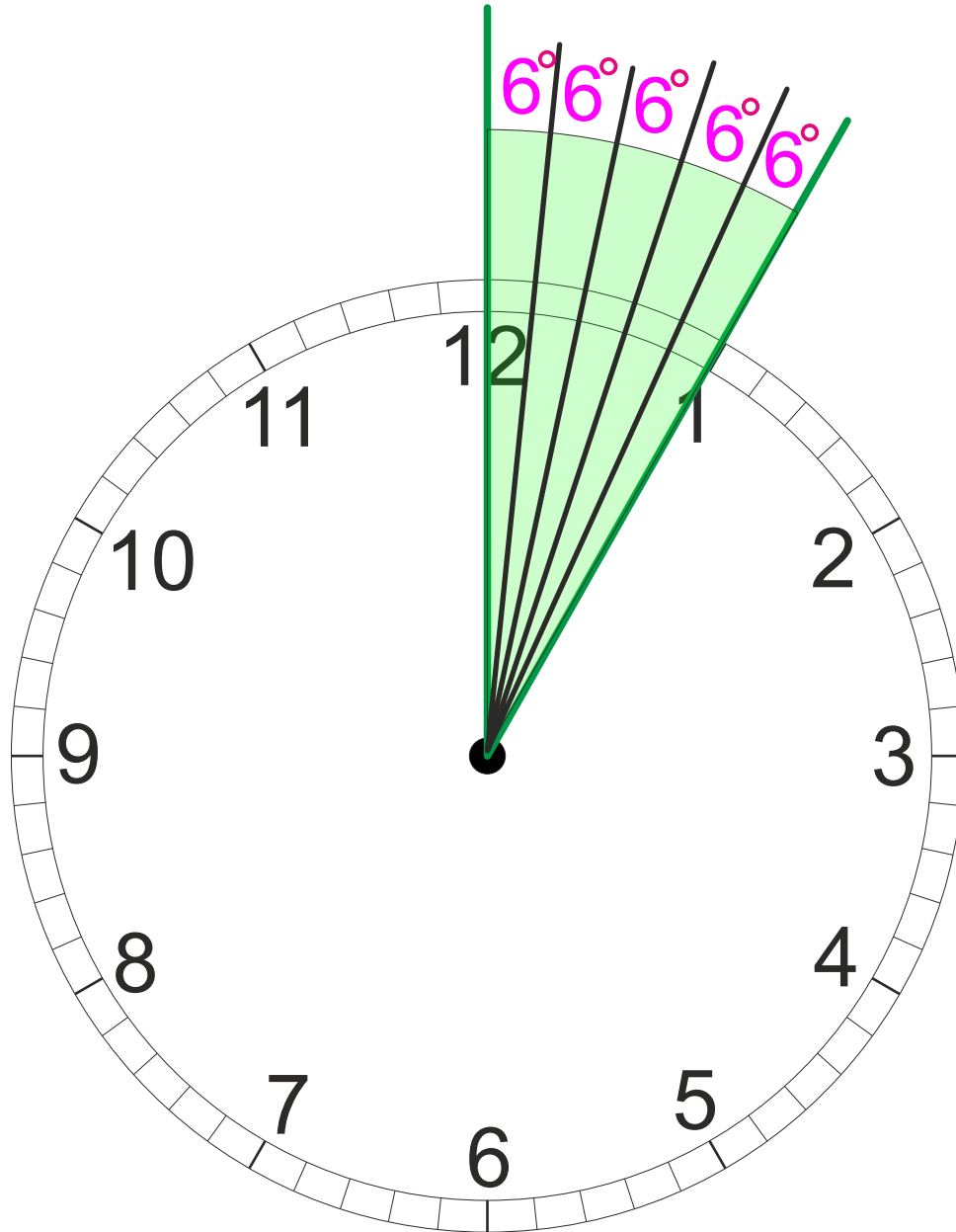
$$90^{\circ} : 3 = 30^{\circ}$$



To znaczy, że każde 5 minut to obrót dużej (minutowej) wskazówki o 30°
a także, że każda 1 godzina, to obrót małej (godzinowej) wskazówki o 30° .

Już wiemy, że 5 minut to obrót dużej wskazówki o 30° .

Podzielmy kąt wyznaczający 5 minut na 5 równych kątów (czyli co 1 minutę).

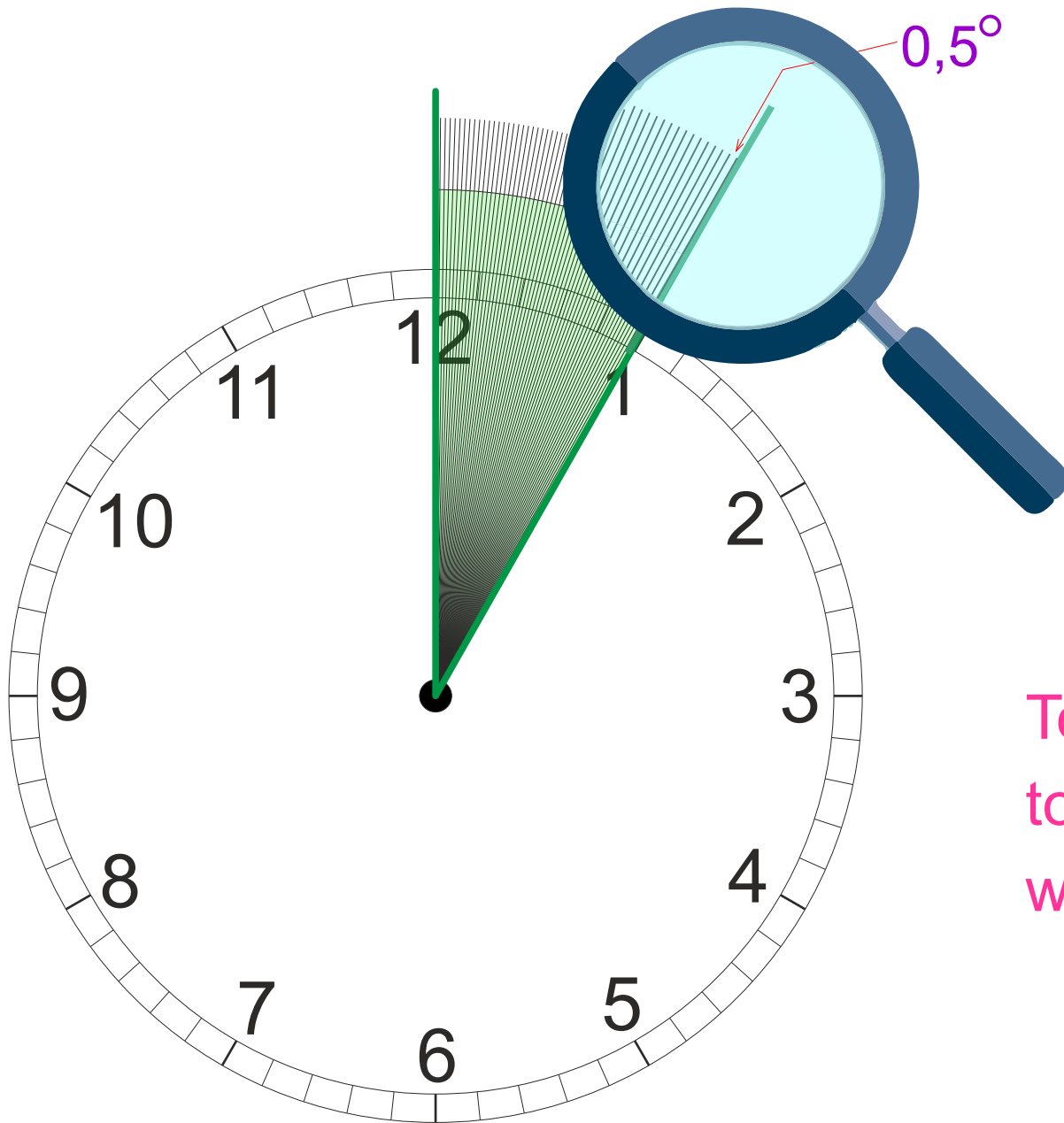


$$30^\circ : 5 = 6^\circ$$

To znaczy, że każda 1 minuta,
to obrót **DUŻEJ** (minutowej)
wskazówki o 6° .

A co z małą wskazówką? 1 godzina to obrót małej wskazówki o 30° .

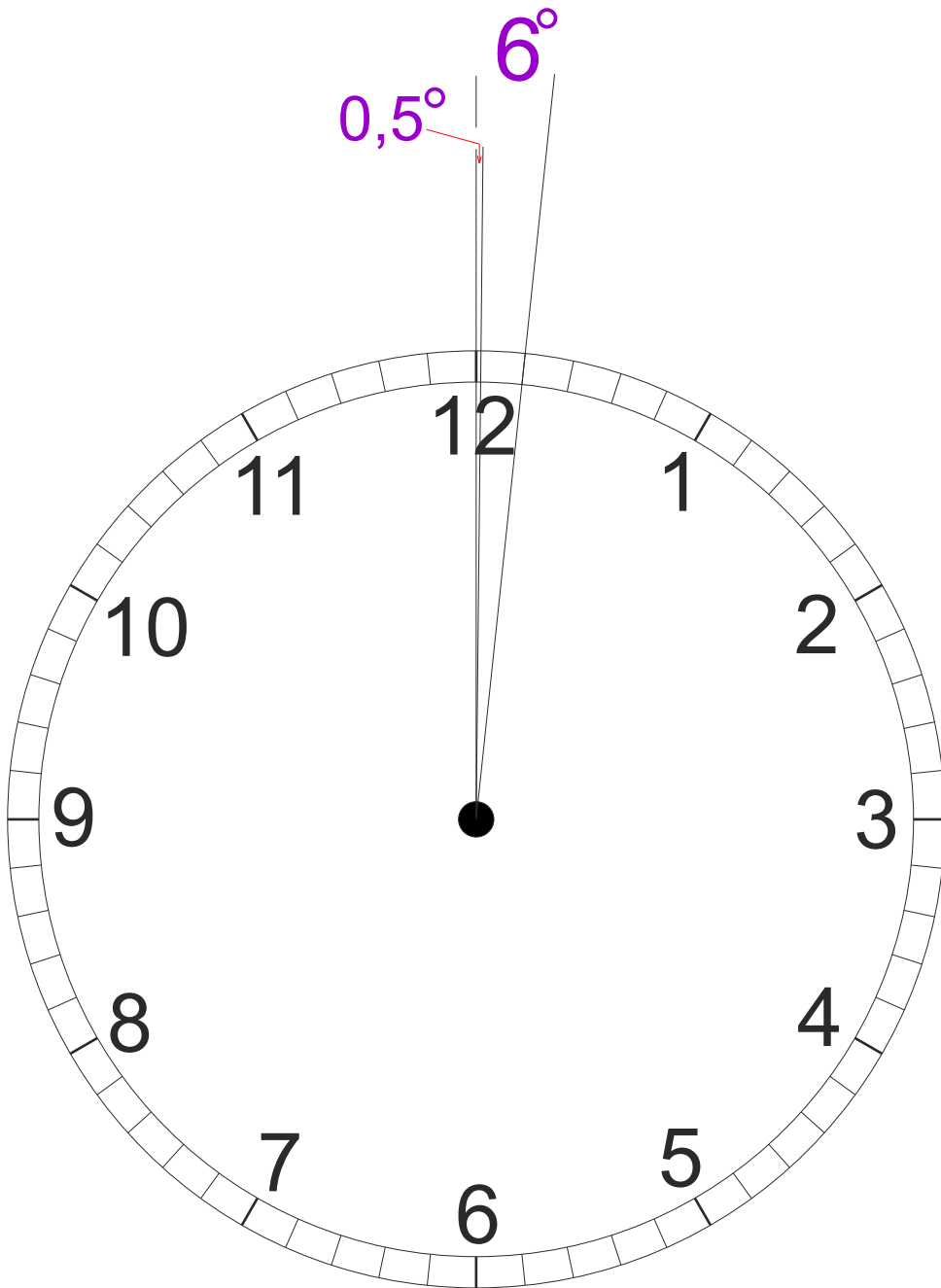
Podzielmy kąt 30° na 60 równych kątów (bo 1 godz. ma 60 minut).



$$30^\circ : 60 = 0,5^\circ$$

To znaczy, że każda 1 minuta, to obrót MAŁEJ (godzinowej) wskazówki o $0,5^\circ$.

Podsumujmy:



W czasie każdej 1 minuty:

duża (minutowa) wskazówka
obraca się o kąt 6°

mała (godzinowa) wskazówka
obraca się o kąt $0,5^\circ$

Przykłady zadań:

O ile stopni obróciła się duża (minutowa) wskazówka od 8:00 do 8:07?

Najpierw obliczamy, ile minut minęło od 8:00 do 8:07

minęło 7 minut.

Wiemy, że każda 1 minuta, to obrót dużej wskazówki o 6° , więc

$$7 \cdot 6^\circ = 42^\circ$$

Odp. Od 8:00 do 8:07 duża wskazówka obróciła się o kąt 42° .

Przykłady zadań:

O ile stopni obróciła się mała (godzinowa) wskazówka od 8:00 do 10:00?

Najpierw obliczamy, ile godzin minęło od 8:00 do 10:00 -

- minęło 2 godziny.

Wiemy, że każda 1 godzina, to obrót małej wskazówki o 30° , więc

$$2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$$

Odp. Od 8:00 do 10:00 mała wskazówka obróciła się o kąt 60° .

Przykłady zadań:

O ile stopni obróciła się mała (godzinowa) wskazówka od 8:35 do 11:43?

Najpierw obliczamy, ile czasu minęło od 8:35 do 11:43 -

- minęło 3 godziny i 8 minut

Wiemy, że każda 1 godzina, to obrót małej wskazówki o 30° , więc

$$3 \cdot 30^\circ = 90^\circ$$

Wiemy również, że każda 1 minuta to obrót małej wskazówki o $0,5^\circ$, więc

$$8 \cdot 0,5^\circ = 4^\circ$$

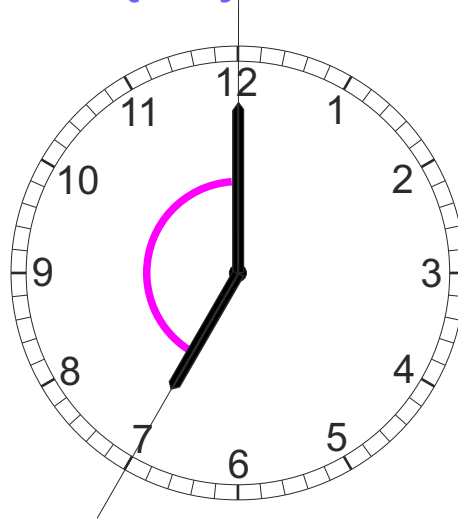
Sumujemy kąty: $90^\circ + 4^\circ = 94^\circ$

Odp. Od 8:35 do 11:43 mała wskazówka obróciła się o kąt 94° .

Działa tu więc taki schemat: $\text{godziny jakie upłynęły} \cdot 6^\circ + \text{minuty jakie upłynęły} \cdot 0,5^\circ$

Przykłady zadań:

Ile stopni ma kąt ostry pomiędzy wskazówkami o godzinie 7:00?



To przykład bardzo łatwy, gdyż wskazówki wskazują pełne godziny, a że kąt pomiędzy sąsiednimi godzinami to 30° , więc:

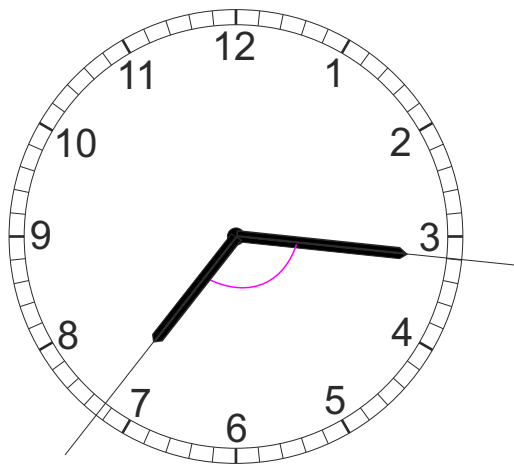
$$5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$$

↑
(12 - 7 = 5 godzin)

Odp.: Kąt ostry pomiędzy wskazówkami o godzinie 7:00 wynosi 150° .

Przykłady zadań:

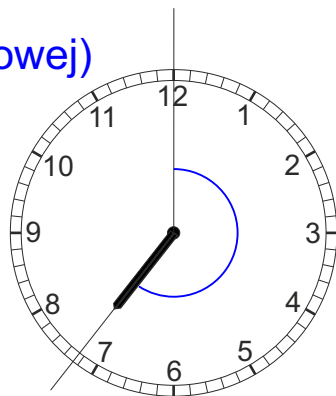
Ile stopni ma kąt ostry pomiędzy wskazówkami o godzinie 7:16?



Ten przykład zilustruje ogólny schemat rozwiązania zadań tego typu - zawsze punktem wyjścia będzie „dwunastka na zegarze”:

Uniwersalny schemat jest taki:

dla wskazówki małej (godzinowej)



Obliczamy o ile stopni obróciła się mała wskazówka od „dwunastki na zegarze”:

$$(7 \cdot 30^\circ) + (16 \cdot 0,5^\circ) = 210^\circ + 8^\circ = 218^\circ$$

(godziny razy 30 stopni każda) + (minuty razy 0,5 stopnia każda)

dla wskazówki dużej (minutowej)



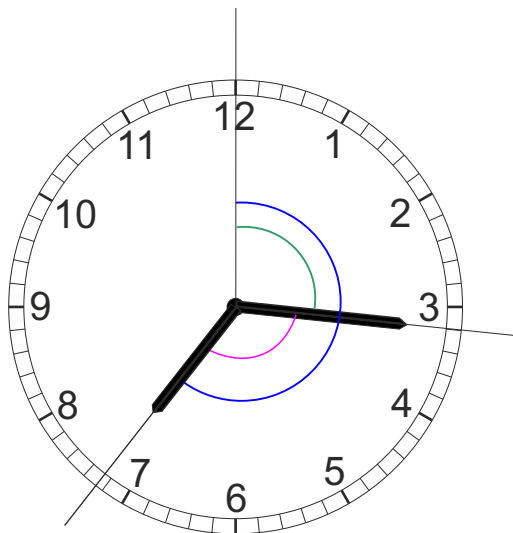
Obliczamy o ile stopni obróciła się duża wskazówka od „dwunastki na zegarze”:

$$16 \cdot 6^\circ = 96^\circ$$

minuty razy 6 stopni każda

Teraz od większego kąta odejmujemy mniejszy:

$$218^{\circ} - 98^{\circ} = 120^{\circ}$$



Odp.: Kąt ostry pomiędzy wskazówkami o godzinie 7:16 ma 120° .

Podany sposób jest uniwersalny (działa „zawsze”), ale oczywistym jest, że w przypadku wielu godzin można wykonać krótsze działania:

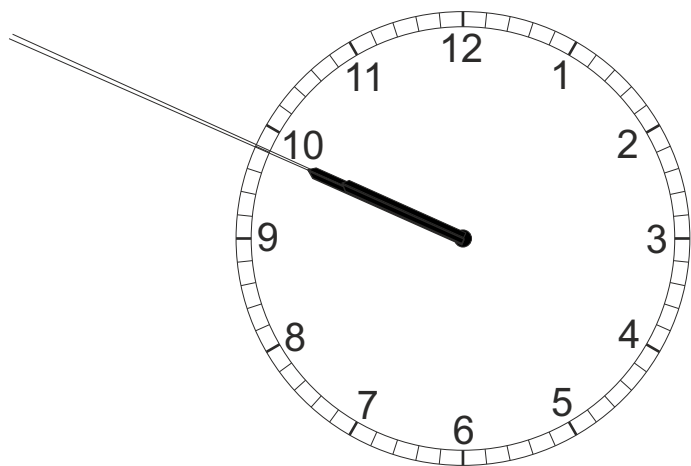
Przykład: Ile stopni ma kąt ostry pomiędzy wskazówkami o godzinie 11:59?

O godzinie 11:59 jest tylko minuta do 12:00, więc wskazówce minutowej (dużej) brakuje do dwunastej 6° , a wskazówce godzinowej (małej) tylko $0,5^{\circ}$:

$$6^{\circ} - 0,5^{\circ} = 5,5^{\circ}$$

Przykłady zadań:

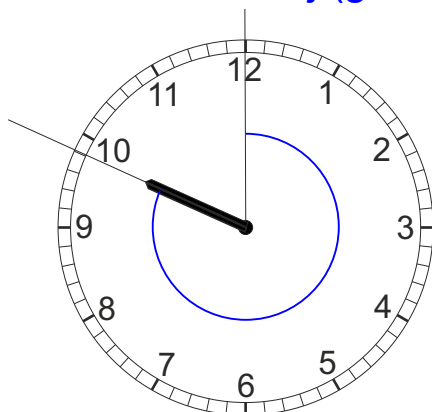
Ile stopni ma kąt ostry pomiędzy wskazówkami o godzinie 21:49?



Dla łatwiejszych obliczeń zmieniamy 21:49 na 9:49 (kąt pomiędzy wskazówkami o tych godzinach jest taki sam).

Tak, jak w poprzednim „dużym” przykładzie, zastosujemy schemat uniwersalny.

dla wskazówki małej (godzinowej)

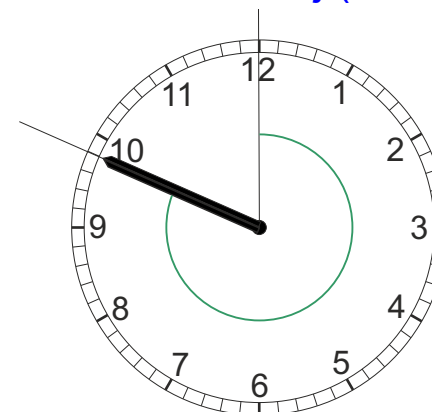


Obliczamy o ile stopni obróciła się mała wskazówka od „dwunastki na zegarze”:

$$(9 \cdot 30^\circ) + (49 \cdot 0,5^\circ) = 270^\circ + 24,5^\circ = 294,5^\circ$$

(godziny razy 30 stopni każda) + (minuty razy 0,5 stopnia każda)

dla wskazówki dużej (minutowej)



Obliczamy o ile stopni obróciła się duża wskazówka od „dwunastki na zegarze”:

$$49 \cdot 6^\circ = 294^\circ$$

minuty razy 6 stopni każda

$$294,5^\circ - 294^\circ = 0,5^\circ$$